枯渇性資源と利用の限定された代替資源

増　田　信　彦

1．はじめに

石油，石炭，天然ガスなどの化石燃料は，人間が利用すればその量だけその総量が減少する枯渇性資源である。これらの資源はいつかは枯渇することが予想されるが，それらに代わる代替資源として，資源の経済理論では，これまでしばしばバックストップ技術が使われている（例えば，Nordhaus〔5〕，〔6〕，Dasgupta & Heal〔2〕を参照)。バックストップ技術は枯渇性資源と比べて，生産費は高いが，量があり余るほど多くあるというものである。そして，バックストップ技術がある場合には，一般に枯渇性資源が無くなった後で，それが利用されるという結論が得られている。

しかし，今のところ具体的なバックストップ技術として太陽熱，高速増殖炉，核融合などが考えられているが，これらが化石燃料に完全に代替することができるかどうかということに疑問がある。というのは，それらは化学原料や内燃機関の燃料などに利用できないからである。そのため，現在，多くの化石燃料が熱として使われ，燃やすことにより一瞬のうちに無くなっていることに対して，長期的に見て非経済的な，あるいは，「もったいない」使い方をしているという批判がある。

この小論においては，代替資源の利用が限定されている場合に，枯渇性資源の最適利用がどのようになるか，また，市場構造の違いがそれにどのような影響を与えるかなどを考察する。

2．バックストップ技術の場合

このモデルは既にいろいろな論文で分析されているが，後で分析するモデルと比較するために，ここで再述する（例えば，Nordhaus〔6〕を参照)。ここでは，枯渇性資源の所有者が，将来利潤の現在価値を最大にするように，その資源を生産，販売するものと仮定する。資源には，生産費は安いが，利用すればその量だけその総量が減少する枯渇性の資源と，生産費は高いが，その量が無限にあるバックストップ技術の資源の二種類があるものとする。枯渇性資源は同質で，そのストック量を$S(t)$，生産量を$x(t)$，価格を$p(t)$，生産コストをc_1，バックストップ技術の生産費をc_2で表すことにする。そうすると，

$$0 \leqq c_1 \leqq p(t) \leqq c_2$$

以下では，枯渇性資源の所有者が完全競争市場で販売する場合と独占市場で販売する場合の二つに分けて説明する。

A．完全競争市場

資源所有者の目的関数は，利子率を r とすると，

$$\int_0^{\infty} e^{-rt}(px - c_1 x)dt$$

制約式は

$$\dot{S} = -x,\ S(0) = S_0$$

$$x \geqq 0$$

ここで，$\dot{}$ は時間に関する導関数を表す。これより，この問題を最適制御理論で解くことにする（その解法については，例えば，Arrow〔1〕を参照)。乗数をλとすると，ハミルトン関数は，

$$H = e^{-rt}(px - c_1 x) - \lambda x$$

最大化のための必要条件は，

(1)　$\partial H／\partial x = e^{-rt}(p - c_1) - \lambda = 0$

(2)　$\dot{\lambda} = -\partial H／\partial S = 0$

(2)より，λは一定となる。すなわち，枯渇性資源のストックの限界価値は変わらないことを意味する。(1)より，

(3)　$p = \lambda e^{rt} + c_1$

これらより，図—1で示されるように，枯渇性資源の価格pはAに達するまで指数的に上昇し，そこでこの資源は枯渇し，そこからはc_2の価格でバックストップ技術の資源が利用されることになる（枯渇性資源の最適利用を図で説明する方法については，例えば，Herfindahl〔3〕を参照)。

B．独占市場

資源所有者が独占市場で枯渇性資源を販売する場合，収入関数をR(x)とし，それが時間に関して不変とすると，目的関数は

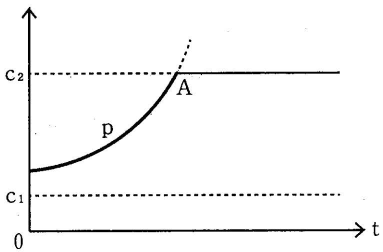
$$\int_0^{\infty} e^{-rt}[R(x) - c_1 x]dt$$

に変わる。しかし，他は完全競争市場の場合と同じになるので，同様にして解くと，

(4)　$R' = \lambda e^{rt} + c_1$

が得られる。ここで，′は1次導関数を示す。従って，R′は限界収入を意味する。

図-1

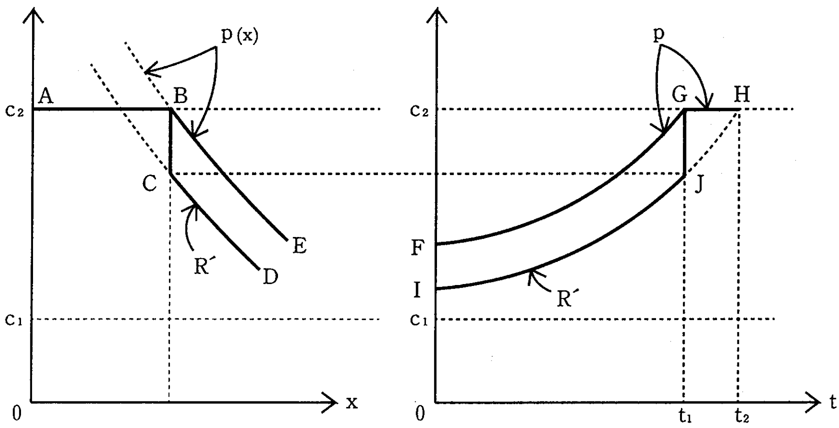


次に，資源需要の価格弾力性をεとすると，

(5)　$R' = p(1 - 1/\varepsilon)$

その際，需要が弾力的である($\varepsilon > 1$)と仮定すると，$0 < R' < p$となる。そして，枯渇性資源の価格pはバックストップ技術の生産費によって制約されるので，R′はc_2に達することはない。これより，図—2 a，bを使って説明する。

図- 2 a　　　　　　図- 2 b



資源所有者にとって需要曲線は図― 2 aにおけるＡＢＥ，限界収入曲線はＡＢＣＤである。従って，図― 2 bにおいてR'がc_2に達するt_2時点の前のt_1時点で，pがc_2に達する。そのため，t_1とt_2の間では，資源所有者はc_2よりほんのわずか安い価格（しかし，ＪＨより大きい限界収入）で枯渇性資源を販売し，t_2で枯渇させる方が利潤を大きくすることができる。その結果，資源所有者にとって価格経路はＦＧＨ，限界収入経路はＩＪＧＨとなり，その後はバックストップ技術の資源がc_2の価格で利用される。

次に，バックストップ技術が存在する場合に，完全競争市場と独占市場の間で枯渇性資源の利用にどのような相違があるかを考察する。その際，資源需要の価格弾力性が一定で，生産コストc_1が無視できると仮定する。独占市場における限界収入と価格をそれぞれR_m'，p_mとすると，(4)，(5)より，

$$R_m' = p_m(1-1/\varepsilon) = \lambda e^{rt}$$

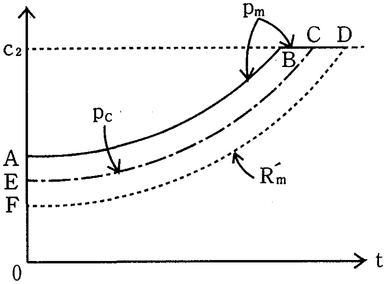
$$\therefore \quad (6) \quad p_m = \lambda e^{rt}/(1-1/\varepsilon) = \lambda_m e^{rt}$$

ここで，$\lambda_m = \lambda/(1-1/\varepsilon)$。また，完全競争市場における価格を$p_c$とすると，(3)より，

(7)　　$p_c = \lambda_c e^{rt}$

これから，図—1と図—2bを合成した図—3を使って説明する。まず，(6),(7)よりp_mとp_cはいずれもrの率で上昇するので，$\lambda_m = \lambda_c$でない限り，それらが上昇部分で交差することはない。そして，競争市場の価格経路ECが独占市場の価格経路ABDより左上になることはない。もし，そういうことがあれば，競争市場の価格が独占市場の価格よりいつも高く，生産期間が短いため，枯渇性資源が残ってしまうからである。また，ECがFDより右下に来ることもない。というのは，その場合，競争市場の価格が独占市場の価格よりいつも安く，しかも，生産期間が長いため，Cに到達する前に枯渇性資源が無くなってしまうからである。従って，ECはABとFDの間に来ることになる。これは，独占市場の場合が競争市場の場合より，枯渇性資源の寿命が長くなることを意味する。

図-3



このことは，既に，Nordhaus〔6〕により例示的曲線を使って示されているが，ここでは，それをより厳密な方法で示している。更に，バックストップ技術が無く，資源需要の価格弾力性が一定で，生産コストが無視できる場合には，完全競争と独占の間で枯渇性資源の利用に差異がないことが，これまでに明らかになっているが（例えば，Weinstein & Zeckhauser〔9〕，Kay & Mirrlees〔4〕，Stiglitz〔7〕，Sweeney〔8〕を参照），バックストップ技術がある場合には，それが変わってくることも意味する。

3．利用が限定される場合—完全競争市場

これより，利用の限定された代替資源の場合について考察する。というのは，枯渇性資源が無くなった後で，それに完全に代替するようなバックストップ技

術が開発されるかどうか疑問があるからである。例えば，一般にバックストップ技術として，太陽熱や核融合などが考えられているが，これらは化石燃料のように化学原料や内燃機関の燃料にはなりにくい。

そこで，ここでは，資源として枯渇性の資源1と代替（万能でないので，バックストップ技術と呼ばないことにする）の資源2の二種類があり，用途には，枯渇性資源しか利用できない用途1と枯渇性資源と代替資源の両方を利用できる用途2の二つがあるものとする。ここでは，資源の所有者が，将来利潤の現在価値を最大にするように，その資源を完全競争市場で販売するものと仮定する。また，バックストップ技術のある場合になされた仮定は，修正されるところを除いて，ここでも成り立つものとする。第 j 用途に利用される第 i 資源の量を $x_{ij}(t)$，第 j 用途の価格を $p_j(t)$， i， j ＝1，2，で表すことにする。また，用途1の需要がゼロとなる価格を $\bar{p}$ で表し，それが c_2 より大きいと仮定する。すると，

$$0 \leqq c_1 < c_2 < \bar{p}$$

これより，目的関数を

$$\int_0^\infty e^{-rt}[p_1x_{11}+p_2(x_{12}+x_{22})-c_1(x_{11}+x_{12})-c_2x_{22}]dt$$

制約式を

$$\dot{S} = -(x_{11}+x_{12}),\ S(0) = S_0$$

$$x_{11},\ x_{12},\ x_{22} \geqq 0$$

として，この問題を解くことにする。乗数をλとすると，ハミルトン関数は，

$$H = e^{-rt}[p_1x_{11}+p_2(x_{12}+x_{22})-c_1(x_{11}+x_{12})-c_2x_{22}]-\lambda(x_{11}+x_{12})$$

最大化のための必要条件は，

(8) $\partial H / \partial x_{11} = e^{-rt}(p_1-c_1)-\lambda \leqq 0,\ [e^{-rt}(p_1-c_1)-\lambda]x_{11} = 0$

(9) $\partial H / \partial x_{12} = e^{-rt}(p_2-c_1)-\lambda \leqq 0,\ [e^{-rt}(p_2-c_1)-\lambda]x_{12} = 0$

(10) $\partial H / \partial x_{22} = e^{-rt}(p_2-c_2) \leqq 0,\ e^{-rt}(p_2-c_2)x_{22} = 0$

$$\dot{\lambda} = -\partial H / \partial S = 0$$

(8)～(10)より，

(11) $p_1 = \lambda e^{rt} + c_1$, または $x_{11} = 0$($p_1 < \lambda e^{rt} + c_1$の時)

(12) $p_2 = \lambda e^{rt} + c_1$, または $x_{12} = 0$($p_2 < \lambda e^{rt} + c_1$の時)

(13) $p_2 = c_2$, または $x_{22} = 0$($p_2 < c_2$の時)

(11)と(12)より，x_{11}, $x_{12} > 0$の時，$p_1 = p_2$。また，(12)と(13)より，

$\lambda e^{rt} + c_1 < c_2$ では，$p_2 = \lambda e^{rt} + c_1$, $x_{22} = 0$。

$\lambda e^{rt} + c_1 > c_2$ では，$p_2 = c_2$, $x_{12} = 0$。

これらは次のことを意味する。用途1では，p_1は需要がゼロとなる$\bar{p}$まで指数的に上昇していく。また，用途2では，p_2はc_2に達するまではp_1と同じで，枯渇性資源のみが使用されるが，そこからはc_2にとどまり，代替資源のみが使用される。これを図示すると，図―4aのようになる。しかし，これは資源ストックが大きい場合にのみ成立する。資源ストックが小さい場合には，図―4bのように，p_1は指数的に上昇するが，p_2は最初からc_2にとどまる。このことは，用途1には枯渇性資源のみが使用され，用途2には代替資源のみが使用されることを意味する。

これより，完全競争のもとで，バックストップ技術の場合と利用の限定された代替資源の場合の間で，枯渇性資源の利用がどのように異なるかを比較する。その際，枯渇性資源のストック量は両方の場合に等しいものとし，与えられた価格に対するバックストップ技術の場合の資源需要は，利用の限定された代替資源の場合の二つの用途の資源需要の和に等しいと仮定する。

枯渇性資源のストック量が小さい場合には，図―1と図―4bを比較すれば明らかなように，それらの間にかなりの違いが見られる。まず，バックストップ技術の場合，枯渇性資源の価格は始終バックストップ技術の生産費以下であるのに対して，利用が限定される場合には，それが始終バックストップ技術の生産費以上になっている。また，利用が限定される場合には，枯渇性資源の価格が高いことと，それが用途1にのみ使用されるため，バックストップ技術の場合より枯渇性資源の寿命が長くなる。更に，利用が限定される場合には，資源の種類によって用途が完全に分離しているという特色を持っている。

図- 4 a
S_0の大きい場合

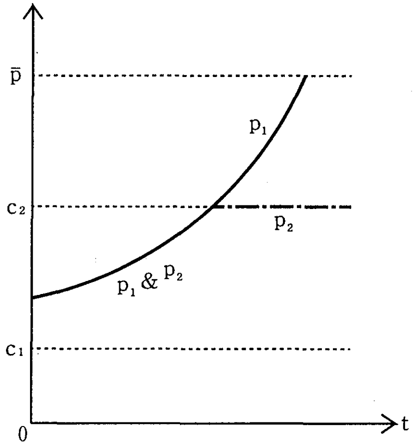
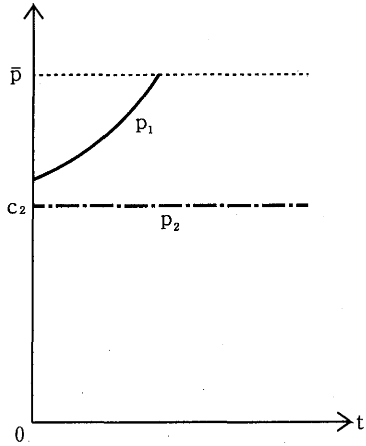
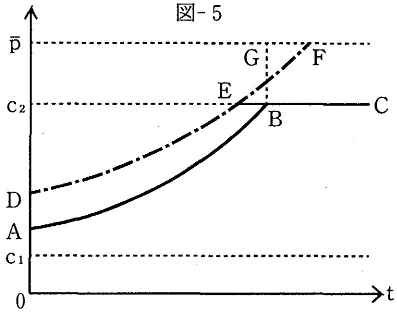


図- 4 b
S_0の小さい場合



次に，枯渇性資源のストック量が大きい場合を，図－1と図－4 a を合成した図－5を用いて説明する。今，バックストップ技術の場合の枯渇性資源の価格経路をＡＢとする。すると，利用が限定される場合の価格経路ＤＥＦは，ＡＢより上になる。というのは，もしＤＥがＡＢと同じか下であれば，ＤＥでは枯渇性資源を両方の用途に使い，またその価格が安いので，Ｅに達するまでに枯渇性資源が無くなり，ＥＦで枯渇性資源を使用できないからである。

図- 5



また，ＦはＧより右になる。というのは，もしＦがＧより左になれば，ＤＥＦはＡＢより高い価格で，しかも短い期間に枯渇性資源を使うので，Ｆに達してもその資源がまだ残っているからである。これらより，利用が限定される場合には，バックストップ技術の場合に比べて，枯渇性資源の価格は高くなり，その寿命が長くなる。

このことは次のことを意味する。もし枯渇性資源に完全に代替するようなバックストップ技術が開発されるのであれば，問題はない。しかし，そのようなものが開発できないのに，できるものと錯覚して完全競争市場で枯渇性資源を販売したり，利用することは，それを不当に安く，大量に利用して，その寿命を短くしていることになる。

4，利用が限定される場合—独占市場

ここでは，枯渇性資源の独占的な所有者が，将来利潤の現在価値を最大にするように，資源を二つの用途の市場で販売するのであるが，その際，代替資源も独占的に支配する場合と代替資源は競争的である場合に分けて分析する。

A．独占的代替資源

これまでになされた仮定は，修正されるところを除いて，ここでも成り立つものとする。また，資源所有者の第 j 用途からの収入関数を $R_j(\cdot)$，$j=1, 2$，とする。そこで，目的関数を

$$\int_0^\infty e^{-rt}[R_1(x_{11})+R_2(x_{12}+x_{22})-c_1(x_{11}+x_{12})-c_2x_{22}]dt$$

制約式を

$$\dot{S}=-(x_{11}+x_{12}),\ S(0)=S_0$$

$$x_{11},\ x_{12},\ x_{22}\geqq 0$$

とすると，ハミルトン関数は，

$$H=e^{-rt}[R_1(x_{11})+R_2(x_{12}+x_{22})-c_1(x_{11}+x_{12})-c_2x_{22}]-\lambda(x_{11}+x_{12})$$

最大化のための必要条件は，

(15) $\partial H/\partial x_{11}=e^{-rt}(R_1'-c_1)-\lambda\leqq 0,\ [e^{-rt}(R_1'-c_1)-\lambda]x_{11}=0$

(16) $\partial H/\partial x_{12}=e^{-rt}(R_2'-c_1)-\lambda\leqq 0,\ [e^{-rt}(R_2'-c_1)-\lambda]x_{12}=0$

(17) $\partial H/\partial x_{22}=e^{-rt}(R_2'-c_2)\leqq 0,\ e^{-rt}(R_2'-c_2)x_{22}=0$

$\dot{\lambda}=-\partial H/\partial S=0$

(15)〜(17)より，

(18) $R_1' = \lambda e^{rt} + c_1$，または $x_{11} = 0(R_1' < \lambda e^{rt} + c_1$の時)

(19) $R_2' = \lambda e^{rt} + c_1$，または $x_{12} = 0(R_2' < \lambda e^{rt} + c_1$の時)

(20) $R_2' = c_2$，または $x_{22} = 0(R_2' < c_2$の時)

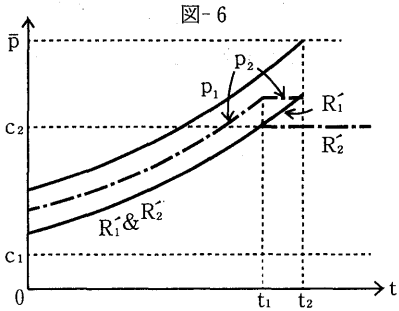
(18)と(19)より，x_{11}，$x_{12} > 0$の時，$R_1' = R_2'$。また，(19)と(20)より

$\lambda e^{rt} + c_1 < c_2$ では，$R_2' = \lambda e^{rt} + c_1$，$x_{22} = 0$。

$\lambda e^{rt} + c_1 > c_2$ では，$R_2' = c_2$，$x_{12} = 0$。

このことは，R_1'は指数的に上昇していき，R_2'はc_2に達するまではR_1'と同じで，枯渇性資源のみが使用されるが，そこからはc_2にとどまり，代替資源のみが使用されることを意味する。これを図示すると，図—6のようになる。ここで，需要が弾力的であることを仮定すると，R_1'より前にp_1が$\bar{p}$に到達し，その時点t_2で枯渇性資源は無くなる。また，p_2はR_2'がc_2に達する時点t_1までは，順調に上昇していくが，そこからその価格にとどまる。

図- 6



これまで述べてきたことは，資源ストックが大きい場合であって，資源ストックが小さい時には，完全競争市場の場合と同様に，R_1'は指数的に上昇していくが，R_2'は最初からc_2にとどまり，用途2には代替資源のみが使用されることになる。

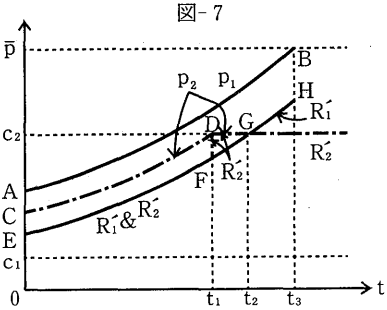
B．競争的代替資源

これまでは，枯渇性資源と代替資源の両方が独占的に支配されている場合を検討してきたが，これより代替資源が競争的である場合を考察する。その場合，利用者は安い方の資源を購入するので，用途2の市場で価格が代替資源の生産費c_2より高くなることはない。すなわち，$p_2 \leqq c_2$が成り立つ。それ以外は，独占的代替資源の場合と同様である。これを図—7を用いて説明する。

需要が弾力的であることを仮定すると，用途1における限界収入R_1'が$\bar{p}$に達

する前に，その価格p_1がt_3時点で$\bar{p}$に到達し，また，用途2における限界収入R_2'がc_2に達する前に，その価格p_2がt_1時点でc_2に到達する。そのため，R_1'はEFGH，p_1はABで示されるように上昇する。それに対して，p_2はc_2を越えられないので，t_1とt_2の間ではp_2をc_2よりほんのわずかに安くする方が利潤を大きくすることができる。というのは，その限界収入DGがFGより大きいからである。その結果，用途2における枯渇性資源の限界収入R_2'はEFDG，その価格p_2はCDGとなる。そして，t_2までは枯渇性資源のみが利用され，それ以後は代替資源のみが利用される。

図-7



参 考 文 献

〔1〕Arrow, K.J., “Applications of Control Theory to Economic Growth,” in Mathematics of the Decision Sciences (G.B. Dantzig and A.F. Veinott, eds.), American Mathematical Society, 1968, 85-119.

〔2〕Dasgupta, P.S. and G.M. Heal, Economic Theory and Exhaustible Resources, Cambridge University Press, 1979.

〔3〕Herfindahl, O.C., “Depletion and Economic Theory,” in Extractive Resources and Taxation (M. Gaffney, eds.), University of Wisconsin Press, 1967, 63-90.

〔4〕Kay, J.A. and J.A. Mirrlees, “The Desirability of Natural Resource Depletion,” in The Economics of Natural Resource Depletion (D.W. Pearce and J. Rose, eds.), Macmillan Press, 1975, 140-176.

〔5〕Nordhaus, W.D., “The Allocation of Energy Resources,” Brookings

Papers on Economic Activity, 3, 1973, 529-570.

〔6〕——, The Efficient Use of Energy Resources, Yale University Press, 1979.

〔7〕Stiglitz, J.E., "Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources," American Economic Review, 66, 1976, 655-661.

〔8〕Sweeney, J.L., "Economics of Depletable Resources : Market Forces and Intertemporal Bias," Review of Economic Studies, 44, 1977, 125-141.

〔9〕Weinstein, M. and R.J. Zeckhauser, "The Optimal Consumption of Depletable Natural Resources," Quarterly Journal of Economics, 89, 1975, 371-392.